

Mathematik für Architekten — Rechnerübung 3

Aufgabe 1:

Wir wollen heute verschiedene Relationen auf der Menge $M := \{1, \dots, 4\}$ untersuchen. Eine solche Relation R kann man als Tabelle angeben: in das Feld in der i -ten Zeile und der j -ten Spalte trägt man einfach **wahr** ein, falls $(i, j) \in R$, ansonsten **falsch**.

Erstelle eine solche Tabelle für die Relation \leq . Schreibe dazu in die Zellen A2 bis A5 und B1 bis E1 jeweils die Zahlen 1 bis 4 als Zeilen- bzw. Spaltenüberschriften. Trage nun in die Zelle B2 die Formel `=($A2<=B$1)` ein und kopiere sie in alle 16 Zellen der Tabelle. Mache dir klar, wie die richtige Verwendung der $\$$ -Zeichen in der Formel hier sicherstellt, dass nach dem Kopieren in allen Zellen die richtige Formel steht.

Aufgabe 2:

Wie erkennt man an einer solchen Tabelle, dass eine Relation reflexiv ist?

Überlege dir eine Excel-Formel, die **wahr** ausgibt, wenn die angegebene Relation reflexiv ist, ansonsten **falsch**.

Gib eine Formel an, die in einer Zelle den Text „Relation ist reflexiv“ bzw. „Relation ist nicht reflexiv“ ausgibt. Verwende dazu die Formel `=wenn`. Bringe dir die richtige Benutzung dieser Formel selbst bei, indem du in eine Zelle `=wenn` eingibst und dann auf das `=` Zeichen links neben der eingegebenen Formel klickst (Anmerkung: Text muss in Excel-Formeln immer zwischen Anführungszeichen stehen).

Aufgabe 3:

Ersetze in Aufgabe 2 „reflexiv“ durch „symmetrisch“ und löse die Aufgabe.

Aufgabe 4:

Ersetze in Aufgabe 2 „reflexiv“ durch „transitiv“ und überlege dir, warum du diese Aufgabe nicht lösen willst. Hier also erstmal etwas Vorarbeit:

Zu einer Relation R auf der Menge M kann man eine Relation R^2 wie folgt definieren:

$$R^2 := \{(x, z) \in M \times M : \text{es gibt ein } y \in M \text{ mit } (x, y) \in R \text{ und } (y, z) \in R\}$$

Überlege dir, dass eine Relation R genau dann transitiv ist, wenn $R^2 \subseteq R$ gilt. Es würde also Sinn machen, eine Tabelle für R^2 zu bestimmen.

Markiere dazu die Zeilen 1 bis 3, klicke mit der rechten Maustaste darauf und wähle den Befehl **Zellen einfügen** aus. Übertrage die Tabelle im Bereich B5 bis E8 auf den Bereich F1 bis I4, indem du in der Zelle F1 die Formel `=B5` einträgst, und diese dann kopierst.

Der Bereich F5 bis I8 soll nun die Tabelle für R^2 enthalten. Überlege dir zunächst, wie du den Eintrag in Zelle F5 berechnen kannst. Du benötigst dafür nur die Werte aus Zeile 5 und Spalte F. Schreibe eine entsprechende Formel in die Zelle, ergänze $\$$ -Zeichen wo nötig, und kopiere die Formel in alle 16 Zellen.

Aufgabe 5:

Ersetze in Aufgabe 2 „reflexiv“ durch „transitiv“ und löse die Aufgabe mit Hilfe von Aufgabe 4. Füge dazu noch eine zusätzliche Tabelle an, in der für alle Paare $(x, y) \in M \times M$ angegeben wird, ob $(x, y) \in R^2 \Rightarrow (x, y) \in R$ gilt.

Aufgabe 6:

Ersetze in Aufgabe 2 „reflexiv“ durch „Äquivalenzrelation“ und löse die Aufgabe.

Aufgabe 7:

Welche der folgenden Relationen sind reflexiv, symmetrisch, transitiv? Welche sind Äquivalenzrelationen?

- a) $R = \{(x, y) \in M \times M : x \neq y\}$
- b) $R = \{(x, y) \in M \times M : (x - y)(x + y - 5) = 0\}$
- c) $R = \{(x, y) \in M \times M : x \text{ ist Teiler von } y\}$

Ersetze dazu jeweils die in Aufgabe 1 erstellte Tabelle und lies das Ergebnis ab.

Für Teil c) kannst du die Excel-Funktion `=rest` verwenden. Bringe dir wieder selbst bei, wie man sie benutzt.