

Mathematik für Architekten — Übungsblatt 1

Aufgabe 1 (3 Punkte):

Welche der folgenden Sätze sind Aussagen? Sind die Sätze wahr oder falsch? Begründung?

- a) „Die Erde ist eine Scheibe.“
- b) „Dieser Satz kein Verb.“
- c) „Diese Aufgabe macht Spaß.“
- d) „Hunde, die bellen, beißen nicht.“
- e) „Dieser Satz ist falsch.“
- f) „Am 1. Juli wird es regnen.“
- g) „Dieser Satz ist wahr.“
- h) „Dies ist keine Aussage.“

Aufgabe 2 (3 Punkte):

Zeige: Aus $F \Rightarrow G$ und $\neg G$ folgt $\neg F$. („Modus tollens“)

Gib dazu die Wahrheitstafeln der Teilformeln $F \Rightarrow G$ und $(F \Rightarrow G) \wedge (\neg G)$ sowie die der Gesamtformel $((F \Rightarrow G) \wedge (\neg G)) \Rightarrow \neg F$ an.

Aufgabe 3 (4 Punkte):

- a) Zeige: $(F$ und $F \Rightarrow G)$ ist äquivalent zu $(F$ und $G)$.

Forme dazu die Formel $F \wedge (F \Rightarrow G)$ durch elementare Umformungen zu $F \wedge G$ um.

- b) Zeige: Aus F und $F \Rightarrow G$ folgt G . („Modus ponens“)

Unter Verwendung von Teil a) genügt es, die Formel $(F \wedge G) \Rightarrow G$ durch elementare Umformungen zu „wahr“ umzuformen.

Anmerkung: „elementare Umformungen“ sind zum Beispiel die Distributiv-, Assoziativ- und Kommutativgesetze für \wedge und \vee , sowie

$$X \wedge (\neg X) = \text{falsch}$$

$$X \vee (\neg X) = \text{wahr}$$

$$\text{falsch} \vee X = X$$

$$\text{wahr} \vee X = X$$

Aufgabe 4 (6 Punkte):

Für beliebige Tiere X und Y sind folgende Aussagen gegeben:

A: „ X ist eine Katze.“

B: „ X ist ein Hund.“

C: „ X ist grau.“

D: „ X bellt.“

E: „ X beißt.“

F: „ X kennt Y .“

G: „Es ist Nacht.“

H: „Hunde, die bellen, beißen nicht.“

I: „Nachts sind alle Katzen grau.“

J: „Hunde sind die einzigen Tiere, die bellen.“

K: „Katzen sind keine Hunde und Hunde sind keine Katzen.“

L: „Jeder Hund kennt eine Katze.“

M: „Es gibt keine Katzen, die beißen.“

N: „Kein Tier bellt und beißt.“

O: „Jeder Hund kennt nachts mindestens ein graues Tier.“

P: „Jedes Tier beißt.“

Q: „Es gibt nachts kein graues Tier, welches bellt.“

- a) Schreibe die Aussagen H bis Q als logische Formeln, in denen die elementaren Aussagen A bis G miteinander verknüpft werden. Verwende Quantoren wenn nötig.
- b) Wie lauten die Verneinungen der Aussagen H bis Q?
- c) Welche der Aussagen M bis Q lassen sich aus H bis L folgern? Welche lassen sich widerlegen?

Abgabe der Übungsblätter jeweils eine Woche nach der Ausgabe in der Vorlesung oder im Sekretariat des Instituts für industrielle Bauproduktion.