Universität Karlsruhe (TH)
Institut für industrielle Bauproduktion
Dr. P. E. Bradley

18. Mai 2005

Mathematik für Architekten — Übungsblatt 5

Aufgabe 1 (3 Punkte). Welche der folgenden Abbildungen zwischen abelschen Gruppen sind linear? Begründe jeweils die Antwort und bestimme ggf. den Kern.

a) $f\colon (\mathbb{Z},+) \to (\mathcal{B},\not\Leftrightarrow),\ z \mapsto$ „z ist gerade.“

b) $g\colon (\mathbb{Z},+) \to (\mathcal{B},\not\Leftrightarrow),\ z \mapsto$ „z ist ungerade.“

Dabei sei $\mathcal{B} := \{\text{wahr}, \text{falsch}\}$. In der Aufgabe 2 des Übungsblattes 4 wurde gezeigt, dass $(\mathcal{B},\not\Leftrightarrow)$ eine abelsche Gruppe ist.

Aufgabe 2 (3 Punkte). Für welche $a, b, c \in \mathbb{R}$ ist die Abbildung

$$p\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto ax^2 + bx + c,$$

linear? Bestimme ggf. den Kern (in Abhängigkeit von a, b, c).

Aufgabe 3 (10 Punkte). Sei $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$.

a) Berechne das Matrixprodukt $A \cdot X$, wobei X nacheinander die Matrix sei:

$$\operatorname{diag}(0,1,2) := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

$$V_{13} := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad V_{23} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{12}(\lambda) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_{23}(\mu) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \mu & 1 \end{pmatrix} \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R}).$$

b) Beschreibe jeweils in Worten, wie die Matrix A durch die Multiplikation von rechts mit X verändert wird.

Abgabe der Übungsblätter. Wie meist: eine Woche nach der Ausgabe in der Vorlesung oder im Sekretariat des Instituts für industrielle Bauproduktion.